

2009年度

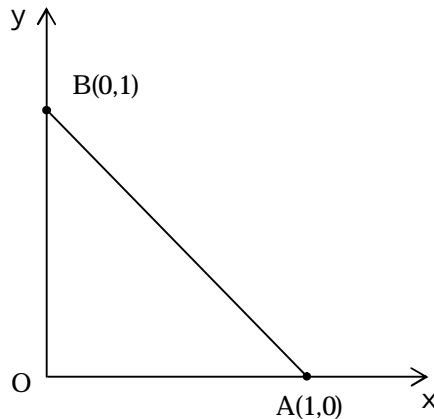
立教大学大学院 理学研究科 物理学専攻 博士課程前期課程 入学試験問題(物理学)

以下の注意事項をよく読み、遵守せよ。

- 配られた解答用紙の全てに受験番号を記入せよ。
- 物理学の試験は4問の大問からなり、全ての問題に解答しなければならない。また、大問1問につき、解答用紙1枚を用い、解答用紙の左上に大問の番号を記入せよ。
- 解答用紙が大問の数だけ配られている事を確認せよ。そうでない場合は挙手して試験監督者に伝えること。
- 解答用紙の裏面を使用してもよいが、その場合には裏面にも解答が記入されていることを、表面の下部に「裏に続く」と注意書きすること。裏面には受験番号の記入は不要である。
- 必要であれば、貸与された電卓を使ってもよい。
- 質問がある場合には静かに挙手して試験監督者に伝えること。

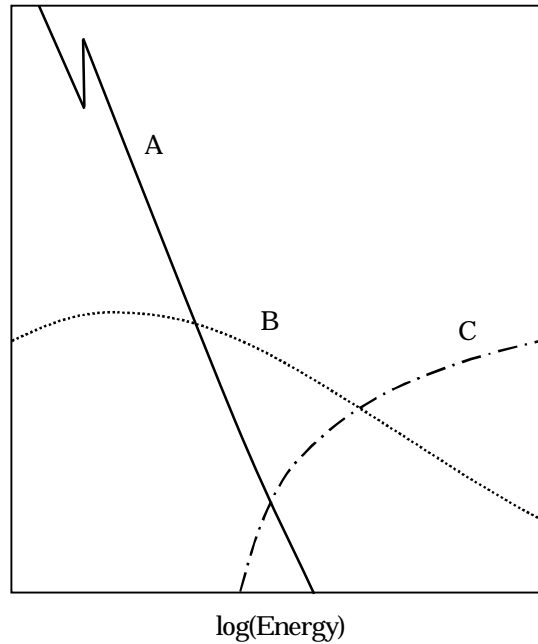
以下の設問に答えよ。

1. 電子、光子、陽子、中性子のそれぞれについて、以下の(a)-(c)に答えよ。
 - (a) これらの粒子の電荷を、クーロンを単位として正負の符号を付けて2桁で記せ。
 - (b) これらの粒子をボーズ粒子とフェルミ粒子に分類せよ。
 - (c) 設問(b)で分類したフェルミ粒子を静止質量の小さい順に並べよ。
2. 力 $\vec{f} = \begin{pmatrix} f_x \\ f_y \end{pmatrix} = -k \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ について、下図の経路 A B における線積分 $\int_A^B \vec{f} \cdot d\vec{s}$ を求めよ。



3. 絶対零度近くにおけるボーズ粒子系とフェルミ粒子系の振舞いについて、それぞれ定性的に説明せよ。

4. 下図は、ガンマ線と物質との相互作用の確率を 3 種類の主要な相互作用について示している。図の横軸はガンマ線のエネルギー、縦軸は相互作用の確率でそれぞれ対数で表している。図に A、B、C と記した相互作用はそれぞれ何と呼ばれるか。



5. 密度 ρ_0 、圧力 p_0 の気体の 1 次元微小振動 (ρ_0 、 p_0 は定常とし、気体の速度および密度の摂動項をそれぞれ u_1 、 ρ_1 とする) に関するナビエ・ストークスの方程式

$$\rho_0 \frac{\partial u_1}{\partial t} = -\gamma \frac{p_0}{\rho_0} \frac{\partial \rho_1}{\partial x} \quad (1)$$

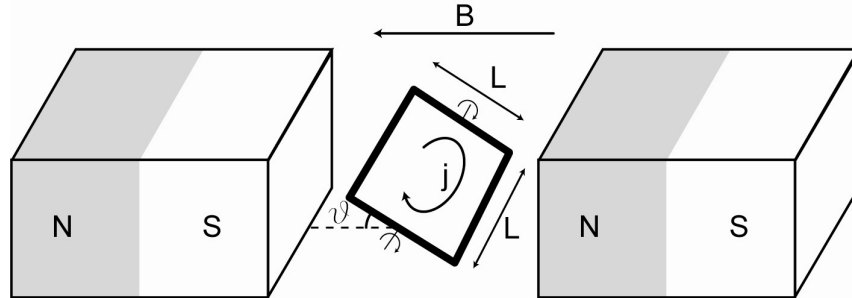
(γ は気体の定圧比熱と定積比熱との比) と、連続の方程式

$$\frac{\partial \rho_1}{\partial t} + \rho_0 \frac{\partial u_1}{\partial x} = 0 \quad (2)$$

とから u_1 を消去して得られる波動方程式を書き、この波動の伝播速度を求めよ。

6. ある放射線源から放出される放射線の計数を行った。検出器の前に線源を置いた場合と、取り除いた場合それぞれに対して 10 分間計測したところ、それぞれ計数は 4000 個、2000 個であった。このとき、バックグラウンドを除いた正味の毎秒の計数率とその誤差を求めよ。

下図の様に、一様磁場 B の中に、一辺 L の正方形をしたコイルを設置し、一定電流 j を流す。コイルは図の支点のまわりに自由に回転できるようになっている。以下の設問に答えよ。



1. 磁場の方向に対し、コイルの面のなす角を θ とする。このコイルに働くトルク τ を θ の関数として表せ。但し、 θ の増加する方向をトルクの正の向きとする。
2. コイルの回転軸まわりの慣性モーメント I を求めよ。但し、電線の単位長さあたりの質量密度を ρ とする。
3. θ に関する運動方程式を求め、 $\frac{d^2\theta}{dt^2}$ と θ の軌跡をグラフに描け。
4. 時刻 $t = 0$ において、 $\theta = 0$ 、 $\omega = \frac{d\theta}{dt} = 0$ とする。 $\theta \ll 1$ の範囲での運動方程式の近似解を求めよ。
5. 設問 4 の初期条件のもと、時刻 $t = t'$ の時、はじめて $\theta = \pi/2$ に達した。仕事を考えることにより、 $t = t'$ での角速度 $\omega' = \left. \frac{d\theta}{dt} \right|_{t=t'}$ を求めよ。
6. 設問 5 の条件において、 $\theta \approx \pi/2$ での運動方程式の近似解を求めよ。

. 実験室系で相対論的な速度 v を持つ、静止質量 m の粒子 A を考える。光速を c とし、以下の設問に答えよ。

1. 粒子 A のエネルギー E 、運動量の大きさ p を m 、 v 、 c で表せ。
2. 設問 1 で求めた E と p を用いて $E^2 = m^2 c^4 + p^2 c^2$ を示せ。
3. 粒子 A を、実験室系に対し粒子の速度方向に速さ V で移動する系から見たとき、この系でのエネルギー E' 、運動量の大きさ p' を求めよ。
4. 静止質量 m が慣性系によらないことを示せ。
5. 粒子 A が、2 つの粒子 1、2 に崩壊する。崩壊後の粒子 1、2 のエネルギー、運動量ベクトルをそれぞれ E_1 、 E_2 、 \vec{p}_1 、 \vec{p}_2 とする。 $m^2 c^4 = (E_1 + E_2)^2 - (\vec{p}_1 + \vec{p}_2)^2 c^2$ を示せ。
6. 崩壊して二つのガンマ線を放出するある粒子の静止質量を求める実験を行った。ある時、同一平面内に二つのガンマ線がそれぞれ x 軸に対して $+45$ 度、 -45 度方向に同時に検出された。ガンマ線のエネルギーはともに 95MeV であった時、崩壊前の粒子の静止質量を求めよ。

. 2 次元の xy 座標で表されたポテンシャル $V(x, y)$ が、 $0 \leq x \leq a$ 、 $0 \leq y \leq b$ の領域で

$V(x, y) = 0$ 、その他の領域では $V(x, y) = \infty$ である井戸型ポテンシャルであるとし、このポテンシャル中にある質量 m の粒子を量子力学で取り扱う。以下の設問に答えよ。

1. この粒子の波動関数を $\varphi(x, y)$ として、 $0 \leq x \leq a$ 、 $0 \leq y \leq b$ の領域におけるこの粒子のエネルギー固有値方程式を書け。
2. 波動関数を $\varphi(x, y) = u(x)w(y)$ と変数分離し、 $u(x)$ と $w(y)$ に対する微分方程式を求めよ。
3. $a = b$ のときにとり得るエネルギー固有値を求めよ。
4. 基底状態、第一励起状態と第二励起状態の縮退度を求めよ。
5. $b = a + \delta$ ($\delta \ll a$) であるとき、とり得るエネルギー固有値を δ/a の 1 次の項まで求めよ。また、エネルギー準位は $a = b$ の場合からどのように変化するかを図示せよ。