

2008年7月実施

2009年度

立教大学大学院理学研究科物理学専攻 博士課程前期課程 入学試験問題 (物理学)

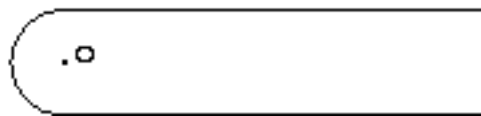
以下の注意事項をよく読み、遵守せよ。

- ・配られた全ての解答用紙に、受験番号を記入せよ。
- ・物理学の試験は4問の大問からなり、全ての問題に解答しなければならない。また、大問1問につき、解答用紙1枚を用い、解答用紙の左上に大問の番号を記入せよ。
- ・解答用紙が大問の数だけ配られていることを確認せよ。そうでない場合は挙手して試験監督者に伝えること。
- ・解答用紙の裏面を使用しても良いが、その場合は裏面にも解答が記入されていることを、表面の下部に 裏面に続く と注意書きすることで示せ。裏面には受験番号の記入は不要である。
- ・質問がある場合は静かに挙手して試験監督者に伝えること。

I. 半径 r_1 、質量 M_1 の星1と半径 r_2 、質量 M_2 の星2の連星系がある。二つの星の中心の間隔は a である。両方の星の形状は球で密度は同様としよう。以下の設問に答えよ。

1. 星1が星の中心を通る軸の周りに角速度 ω_1 で自転している。なお、回転速度は半径によらず一定である。星1の中心を通る軸の周りの慣性能率、および、自転の角運動量の大きさを求めよ。
2. 二つの星を質点と仮定して、連星系の重心の周りの慣性能率を求めよ。公転は円運動で角速度を ω とし、重心のまわりの公転の角運動量を求めよ。
3. 中心の間隔が a の円運動をしている連星系で、重心のまわりの公転の角運動量と二つの星の質量和を共に固定したとき、公転周期は二つの星の質量比によりどのように変化するか説明せよ。

II. 下図のような半円形と半直線を組み合わせた針金が平面上に置かれている。円の中心を点 O 、半径を r とし以下の設問に答えよ。針金の太さは無視できるものとする。



1. 針金が線密度 λ で一様に帯電しているとき、点 O の位置の電場を求めよ。
2. 針金に電流 I が反時計回りに流れているとき、点 O の位置の磁場を求めよ。

III. x 軸上で運動する粒子の波動関数が

$$\psi(x) = Ce^{-|x|/L}$$

で表されている。ここで、 $L > 0$ 、 C は定数である。以下の設問に答えよ。

1. $\psi(x)$ のフーリエ変換を行い、運動量空間における波動関数を計算せよ。また、この粒子が運動量 p を持つ相対確率密度 $\Phi(p)$ を求めよ。ここで、規格化は問わない。
2. $\Phi(p)$ の概略を図示せよ。
3. $\Phi(p)/\Phi(0) \geq 1/4$ である運動量の範囲 Δp を求めよ。また、このときの Δp と L の関係を、量子力学の原理に基づいて説明せよ。

IV. 各々が二つのエネルギー $\pm\epsilon$ ($\epsilon > 0$) のみをとる N 個の独立な粒子からなる量子系を考える。系の全エネルギーを E 、ボルツマン定数を k_B とし、以下の設問に答えよ。

1. エネルギー $+\epsilon$ の粒子数 N_+ とエネルギー $-\epsilon$ の粒子数 N_- を、 E 、 N および ϵ を用いて表せ。
2. エネルギー E 、粒子数 N のもとで、系のとりうる状態数 W を、 E 、 N および ϵ を用いて表せ。
3. $N_{\pm} \gg 1$ であるとして、この系のエントロピー S を求めよ。ここで、近似式 $\log n! \simeq n(\log n - 1)$ ($n \gg 1$) を用いよ。
4. 設問 3 の結果を用いて、この系の温度を求めよ。