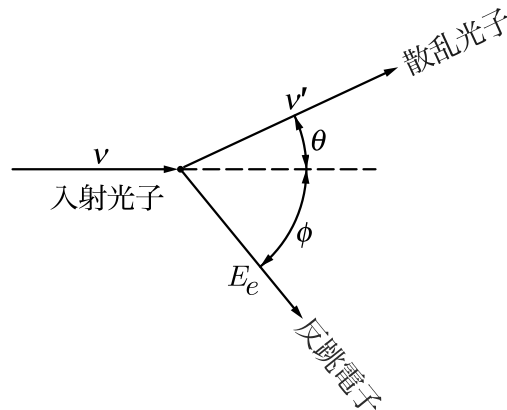


2008年度  
理学研究科 博士課程前期課程 物理学専攻  
入学試験問題（物理学）

## [注意]

- ・大問は5題。全ての問題に解答すること。
- ・解答は全て解答用紙に記入し、大問1問につき解答用紙1枚を使用すること。

I. 図に示すように、振動数  $\nu$  の光子が静止している自由電子（質量  $m$ ）と衝突する二体問題を考える。衝突後、光子は振動数  $\nu'$  をもって入射方向に対し角度  $\theta$  で散乱され、また電子は運動エネルギー  $E_e$  をもって角度  $\phi$  方向へ反跳される。電子は相対論的エネルギーを持つとして、以下の設問に答えよ。ただしプランク定数を  $h$ 、光速を  $c$  とする。



図

1. この衝突におけるエネルギー保存則を書け。
2. 入射光子および散乱光子それぞれの運動量を書け。
3. 反跳電子の運動量  $p_e$  を  $E_e$  を用いてあらわせ。
4. この衝突における運動量保存則を、光子の入射方向および垂直方向について書け。
5. 散乱光子がもつ最大および最小エネルギーを求めよ。

II. 真空中の以下の図のような領域に、電荷が一様に分布している。その体積電荷密度を  $\rho$ 、真空中の誘電率を  $\epsilon_0$  として、以下の設問に答えよ。

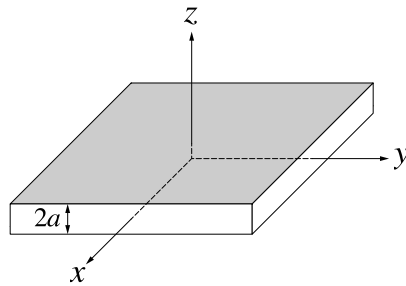


図 (a)  $x, y$  軸の正負方向に無限に伸びている厚さ  $2a$  の平板状の領域。厚さ方向の中心は  $z = 0$  にある。

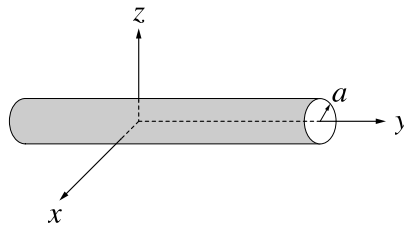


図 (b)  $y$  軸の正負方向に無限に伸びている半径  $a$  の円柱状の領域。中心軸は  $y$  軸上にある。

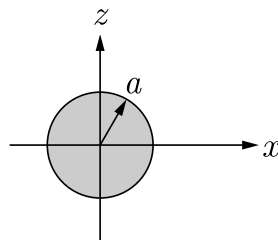


図 (c) 原点を中心とする半径  $a$  の球状の領域。

1. 図 (a), (b), (c) に示された領域とそのまわりの空間について、 $z$  軸上の電場  $E(z)$  を求めよ。
2. 図 (a), (b), (c) に示された領域とそのまわりの空間について、 $E(z)$  を配布したグラフ用紙に示せ。グラフの縦軸、横軸には目盛りを入れ、 $z$  の範囲は  $-3a \sim +3a$  とせよ。

III. 以下の1次元ポテンシャル中での質量  $m$  , エネルギー  $E$  の粒子を量子論で取り扱う。

$$V(x) = \begin{cases} 0 & (|x| \leq a) \\ V & (|x| > a) \end{cases}$$

ここで, ポテンシャルは  $V \rightarrow \infty$  の極限を考える。以下の設問に答えよ。

1.  $|x| \leq a$  におけるエネルギー固有値方程式を書け。
2.  $|x| \leq a$  における規格化された固有関数とエネルギー固有値を求めよ。

IV. 角振動数  $\omega$  の1個の1次元調和振動子を量子論で取り扱う。以下の設問に答えよ。なお, ボルツマン定数を  $k_B$  とせよ。

1. この系の絶対温度  $T$  での分配関数 (状態和) を求めよ。
2. 問1で求めた分配関数 (状態和) を用いて平均エネルギーを求めよ。
3. 低温極限  $T \rightarrow 0$  と高温極限  $T \rightarrow \infty$  における平均エネルギーの振る舞いを求め, その物理的理由を説明せよ。

V. 以下の設問に答えよ。

1. 以下の式で求められる物理量  $F$  がある。

$$F = \frac{3d^2e}{2abc^3}$$

ここで  $a, b, c, d, e$  は測定値であり, それぞれ独立な  $\Delta a, \Delta b, \Delta c, \Delta d, \Delta e$  の測定誤差を含むものとする。物理量  $F$  の誤差  $\Delta F$  を求めよ。

2. 放射性同位元素  $^{60}\text{Co}$  から放射される  $\beta$  線の信号数を測定したところ, 1秒あたり500個だった。以下の設問に答えよ。

- a. 60日後に同じ測定を行った場合に予想される1秒当たりの信号数を求めよ。 $^{60}\text{Co}$  の半減期を2000日とし, 必要であれば以下の値および近似式を用いて良い。

$$\ln 2 \cong 0.693$$

$$\exp(-x) \cong 1 - x \quad (x \ll 1 \text{ の時})$$

- b. 上で求めた60日後に予想される信号数が, 現在の信号数と比べて「減少した」と判断するためには, 何秒以上計数する必要があるか。ただし, その判断基準を明記すること。