

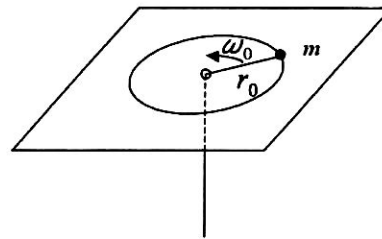
立教大学大学院 理学研究科 物理学専攻 博士課程前期課程 入学試験問題 (物理学)

以下の注意事項をよく読み、遵守せよ。

- 配られた問題用紙と、全ての解答用紙に、受験番号と氏名を記入せよ。
- 物理学の試験は4問の大問からなり、全ての問題に解答しなければならない。また、大問1問につき、解答用紙1枚を用い、解答用紙の左上に大問の番号を記入せよ。
- 解答用紙が大問の数だけ配られている事を確認せよ。そうでない場合は挙手して試験監督者に伝える事。
- 解答用紙の裏面を使用しても良いが、その場合は裏面にも解答が記入されている事を、表面の下部に 裏に続く と注意書きする事で示せ。裏面には受験番号・氏名の記入は不要である。
- 質問がある場合は静かに挙手して試験監督者に伝える事。

I. 図の様に表示が滑らかで十分大きな板が水平に固定されている。その上に、ひもにつながれた質量 m の小球が置いてある。ひもの質量は無視でき、伸縮しないものとする。そのひもの他端は板に空けられた小さな穴から下に垂れ下がっている。その端を固定してから板上の小球をはじくと、小球は半径 r_0 、角速度 ω_0 の等速円運動を開始した。以下の間に答えよ。

1. 穴の位置を原点とした二次元極座標を用いて、この運動の速度 \vec{v} と加速度 \vec{a} の動径成分と方位角成分をそれぞれ求めよ。
2. この運動では角運動量が保存されることを示せ。
3. 板の下のひもの端を一定の速さ V で引き下げ始めた。引き下げるのに必要な力の大きさを、引き下げ始めた時からの時間 t の関数として求めよ。
4. 上問で力がする仕事を t の関数として求めよ。



II. 以下の間に答えよ。ここでは重力は考えないものとする。

1. x - y 平面の $x \geq 0$ の領域に $+z$ 方向に一様な磁束密度 $B (> 0)$ の磁場が存在する。電荷 $q (> 0)$ 、質量 m の荷電粒子が x 軸に平行に $-x$ 方向から $+x$ 方向へと一定速度 V で運動し、 $x = 0$ の面を通過後、磁場中に侵入する。この荷電粒子はその後どのような運動を行うかを定量的に述べよ。
2. 上問で、荷電粒子が磁場から受ける力を粒子軌道に沿って積分する事で、磁場から受ける全力積が $(-2mV, 0, 0)$ となる事を示せ。

III. 時刻 $t = 0$ において、質量 m の粒子の波動関数が

$$u(x) = C \exp\left(-\frac{x^2}{2\Delta^2}\right) \quad (-\infty < x < \infty)$$

で表されるとする。ここで、 Δ は実定数、 C は波動関数の規格化定数である。以下の間に答えよ。

1. 時刻 $t = 0$ で、この粒子を位置 x に見出す確率を求めよ。
2. 時刻 $t = 0$ で、この粒子の運動量を p に見出す確率を求めよ。
3. 時刻 $t (> 0)$ において、この粒子を位置 x に見出す確率 $P(t, x)$ を求めよ。また、 $P(t, x)$ は時間と共にどのように変化していくか。定性的に説明せよ。

必要であれば、次の積分公式を用いてもよい。但し、 a は正の定数とする。

$$\int_{-\infty}^{\infty} e^{-ax^2} dx = \sqrt{\frac{\pi}{a}}$$

IV. 一辺の長さが L 、体積が $V = L^3$ の立方体中にある N 個の電子を非相対論的量子力学で取り扱う。以下の間に答えよ。なお、電子間の相互作用及び重力は無視できるものとする。また、電子の質量は m 、プランク定数は h とする。

1. 定常状態において、電子のとり得るエネルギー準位を求めよ。ここで、電子の波動関数は、この立方体の境界面では0であるとするとする。
2. この系のフェルミエネルギーを N と V の関数として求めよ。なお、 N と V は十分に大きいものとする。
3. 絶対零度において、1電子当りの平均エネルギーとフェルミエネルギーとの比を求めよ。