

受験番号

氏名

2003年9月 実施

2004年度

立教大学大学院 理学研究科 物理学専攻 博士前期課程 入学試験問題 (物理学)

以下の注意事項をよく読み、遵守せよ。

- 配られた問題用紙と、全ての解答用紙に、受験番号と氏名を記入せよ。
- 物理学の試験は4問の大問からなり、全ての問題に解答しなければならない。また、大問1間に付き、解答用紙1枚を用い、解答用紙の右上に大問の番号を記入せよ。
- 解答用紙が大問の数だけ配られている事を確認せよ。そうでない場合は挙手して試験監督者に伝える事。
- 解答用紙の裏面を使用しても良いが、その場合は裏面にも解答が記入されている事を、表面の下部に 裏に続く と注意書きする事で示せ。裏面には受験番号・氏名の記入は不要である。
- 質問がある場合は静かに挙手して試験監督者に伝える事。

I. 細い導線で出来た、半径 a の半円形状の閉回路があり、その直径方向を P-Q とする。この閉回路の単位長さ当たりの質量を λ 、単位長さ当たりの電気抵抗を ρ とする。以下の設問に答えよ。但し、導線の太さは無視出来るとし、重力や空気の抵抗は考えない。

1. 電流が閉回路を一周して流れる場合、閉回路の全抵抗を求めよ。
2. 回路を含む平面 ($x-y$ 平面) に垂直で、P-Q の中心を通る軸周りの慣性モーメント I を求めよ。
3. P-Q の中心が $x-y$ 平面の原点と一致しており、回路全体が $x-y$ 平面内で原点の周りに滑らかに回転する場合を考える。 $x \geq 0$ の領域には z 軸の正の方向に一様な磁束密度 B が存在する。初期角速度が ω_0 であった回路の回転がどの様に変化するか調べたい。初め、 $P = (0, a)$ 、 $Q = (0, -a)$ であり、回路が全て磁場領域内にあったとする。但し、 $x-y-z$ 座標系は右手系のデカルト座標系である。慣性モーメントは I とする。
 - (a) 回路が角速度 ω で回転している場合、回路に囲まれる領域中の全磁束 ϕ_B の時間変化 $d\phi_B/dt$ を求めよ。
 - (b) 磁束の時間変化により回路に流れる電流を求めよ。
 - (c) 回路に流れる電流と磁場により回路全体に力のモーメント(トルク)が働く。これを考慮して回路の回転に関する運動方程式を導け。
 - (d) 前問の運動方程式より、回路の回転の様子を定量的に述べよ。

II. 球面調和関数 $Y_l^m(\theta, \phi)$ に関する以下の設問に答えよ。

1. $l = 0, 1$ について規格化条件が成り立つ事を示せ。但し、

$$Y_0^0(\theta, \phi) = \frac{1}{\sqrt{4\pi}}, \quad Y_1^1(\theta, \phi) = -\sqrt{\frac{3}{8\pi}} \sin \theta e^{i\phi},$$

$$Y_1^0(\theta, \phi) = \sqrt{\frac{3}{4\pi}} \cos \theta, \quad Y_1^{-1}(\theta, \phi) = \sqrt{\frac{3}{8\pi}} \sin \theta e^{-i\phi}$$

とする。

2. $l = 0, 1$ について互いに直交条件が成り立つ事を示せ。
3. 一般に $Y_l^m(\theta, \phi)$ のパリティは $(-1)^l$ である。これが $l = 0, 1$ について成り立つ事を示せ。

III. 2次元の x - y 座標で表されたポテンシャル

$$V(x, y) = \frac{1}{2}k_x x^2 + \frac{1}{2}k_y y^2$$

内にある質量 m の粒子を量子力学的に取り扱う。ここで、 k_x と k_y は正の定数である。以下の設問に答えよ。

1. この系のエネルギーを E 、波動関数を $\psi(x, y)$ として、時間に依存しないシュレーディンガー方程式を書け。
2. 波動関数を $\psi(x, y) = \psi_1(x)\psi_2(y)$ と変数分離形で書き、 $\psi_1(x)$ と $\psi_2(y)$ に対する方程式に分離せよ。なお、 x 方向の振動に伴うエネルギーを E_x 、 y 方向の振動に伴うエネルギーを E_y とせよ。
3. $k_x = k_y = k$ の場合、この系の基底状態、第一励起状態、第二励起状態について、エネルギー固有値 E の大きさと縮退度を求めよ。また、基底状態の規格化された波動関数を求めよ。
4. $k_x = k + \delta$ 、 $k_y = k - \delta$ ($0 < \delta \ll k$) の場合のエネルギー固有値 E を $\varepsilon = \delta/k (\ll 1)$ で展開し、 ε の1次の項まで求めよ。また、エネルギー準位は上問3. とどの様に異なるかを説明し、そのエネルギー準位の比較の概略を図示せよ。

IV. ある凸レンズとそれが結ぶ像までの距離を10回測定したところ、以下の様な測定値を得た。以下の設問に答えよ。必要ならば、貸与した定規を用いよ。

26, 24, 25, 28, 23, 24, 25, 24, 26, 25 (単位は cm)

1. この測定値の度数分布表を作成せよ。
2. この度数分布を棒グラフで示せ。
3. この測定値の母分布をガウス分布と仮定してその平均値 X と標準偏差 σ を推定せよ。
4. 次にもう一度同じ測定を行う時、その測定値が $(X \pm \sigma)$ cm の範囲になる確率を求めよ。
5. この測定の平均値の標準偏差 (標準誤差) を求めよ。