

C_a 物 理 問 題

注 意

1. 試験開始の指示があるまでこの問題冊子を開いてはいけません。
2. 解答用紙はすべて黒鉛筆または黒芯のシャープペンシルで記入することになっています。黒鉛筆・消しゴムを忘れた人は監督に申し出てください。
(万年筆・ボールペン・サインペンなどを使用してはいけません。)
3. この問題冊子は16ページまでとなっています。試験開始後、ただちにページ数を確認してください。なお、問題番号はⅠ～Ⅵとなっています。
4. 解答用紙にはすでに受験番号が記入されていますので、出席票の受験番号が、あなたの受験票の番号であるかどうかを確認し、出席票の氏名欄に氏名のみを記入してください。なお、出席票は切り離さないでください。
5. 解答は解答用紙の指定された解答欄に記入し、その他の部分には何も書いてはいけません。
6. 解答用紙を折り曲げたり、破ったり、傷つけたりしないように注意してください。
7. 計算には、この問題冊子の余白部分を使ってください。
8. この問題冊子は持ち帰ってください。

マーク・センス法についての注意

マーク・センス法とは、鉛筆でマークした部分を機械が直接よみとって採点する方法です。

1. マークは、下記の記入例のように黒鉛筆で枠の中をぬり残さず濃くぬりつぶしてください。
2. 1つのマーク欄には1つしかマークしてはいけません。
3. 訂正する場合は消しゴムでよく消し、消しくずはきれいに取り除いてください。

マーク記入例：

A	1	2	3	4	5
○	○	●	○	○	○

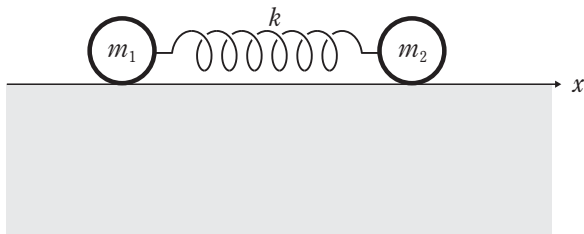
(3と解答する場合)

I. 次の文を読み、文中の空所 あ ～ き にあてはまる数式を解答用紙の所定欄にしるせ。また、文中の く にあてはまる数式としてもっとも適当なものを解答群から1つ選び、その記号を解答用紙の所定欄にマークせよ。

なめらかな床の上に置かれた、ばね定数 k 、自然長 ℓ のばねにつながれた質点1, 2を考える。質点1, 2の質量をそれぞれ m_1, m_2 とし、ばねの質量は無視できるとする。時刻 $t = 0$ までは2つの質点は静止していて、ばねは自然長であったとする。図のように x 座標を右向き正にとり、時刻 $t = 0$ における質点1, 2の重心を原点とする。時刻 $t = 0$ において質点1に x 軸正の向きに速さ u (> 0) を与えたとして、その後の x 軸方向の運動を解析する。ただし運動の途中で2つの質点が衝突することはないものとする。時刻 t における質点1, 2の位置, 速度, 加速度をそれぞれ $x_1, x_2, v_1, v_2, a_1, a_2$ とし、質点1の運動方程式は $m_1 a_1 =$ あ, 2の運動方程式は $m_2 a_2 =$ い である。2つの質点の重心の速度は m_1, m_2, u を用いると う である。また相対加速度 $a = a_2 - a_1$ と相対位置 $x = x_2 - x_1$ の関係は、質量 m の質点がばね定数 k のばねに繋がれた単振動の方程式 $ma = -k(x - \ell)$ の形に書くことができる。このとき m の値を m_1, m_2 を用いて書くと、 $m =$ え である。初期時刻 $t = 0$ における相対速度は $v = v_2 - v_1 = -u$ であるので、相対位置 x を時刻 t の関数として

$$x = \ell + A \sin \omega t$$

としたとき、 A, ω を k, m, u のうち必要なものを用いてそれぞれ表すと $A =$ お, $\omega =$ か である。また、時刻 t における質点1, 2の重心の位置 x_G は m_1, m_2, u, t を用いて き なので、同じ時刻 t における質点1の位置は $x_1 =$ く である。



図

く の解答群

- | | |
|--|--|
| a . $\frac{m_2 ut}{m_1 + m_2} - \frac{m_1}{m_1 + m_2} (\ell + A \sin \omega t)$ | b . $\frac{m_1 ut}{m_1 + m_2} - \frac{m_2}{m_1 + m_2} (\ell + A \sin \omega t)$ |
| c . $\frac{m_2 ut}{m_1 + m_2} + \frac{m_1}{m_1 + m_2} (\ell + A \sin \omega t)$ | d . $\frac{m_1 ut}{m_1 + m_2} + \frac{m_2}{m_1 + m_2} (\ell + A \sin \omega t)$ |
| e . $\frac{m_2 ut}{m_1 + m_2} - \frac{2m_1}{m_1 + m_2} (\ell + A \sin \omega t)$ | f . $\frac{m_1 ut}{m_1 + m_2} - \frac{2m_2}{m_1 + m_2} (\ell + A \sin \omega t)$ |
| g . $\frac{m_2 ut}{m_1 + m_2} + \frac{2m_1}{m_1 + m_2} (\ell + A \sin \omega t)$ | h . $\frac{m_1 ut}{m_1 + m_2} + \frac{2m_2}{m_1 + m_2} (\ell + A \sin \omega t)$ |

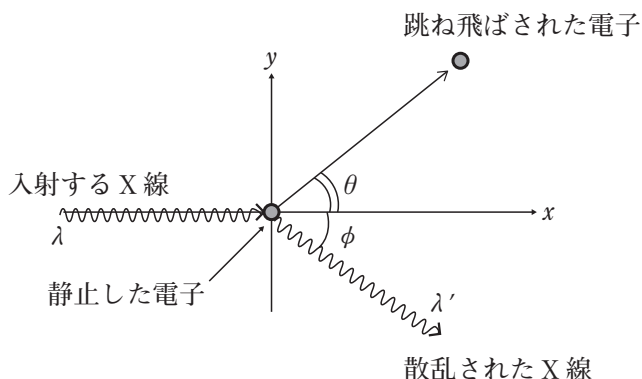
Ⅱ．次の文を読み，文中の あ ～ お にあてはまる数式を解答用紙の所定欄にする。また，文中の か にあてはまる数式としてもっとも適当なものを解答群から1つ選び，その記号を解答用紙の所定欄にマークせよ。

光の粒子性が顕著に現れる現象としてコンプトン散乱がある。波長 λ のX線光子1個が，静止している質量 m の電子1個と散乱を起こしたとしよう。図のように (x, y) 座標系を取り， $x < 0$ のある位置から x 軸に沿ってX線が入射し，散乱前電子はこの座標系の原点に静止していたとする。散乱は x 軸と y 軸を含む平面内で起こるものとし，散乱後の電子の速さを v ，電子の速度方向と x 軸のなす角度を θ ，また散乱後のX線の波長を λ' ，その進行方向と x 軸のなす角を ϕ とする。 h をプランク定数， c を光速とする。

まず波長 λ のX線光子のエネルギーは あ であり，運動量の大きさは い である。この散乱前後で成り立つエネルギー保存則の式は う， x 軸方向の運動量保存則の式は え， y 軸方向の運動量保存則の式は お である。また $\lambda \div \lambda'$ の時に成り立つ近似式 $\frac{\lambda}{\lambda'} + \frac{\lambda'}{\lambda} \div 2$ を用いて $\lambda' - \lambda$ を h, m, c, ϕ で表すと か である。

か の解答群

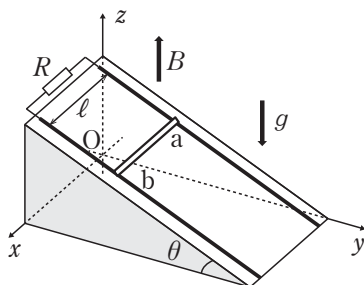
- | | | |
|-------------------------------------|-------------------------------------|-----------------------------------|
| a. $\frac{h}{2mc} (1 - \cos \phi)$ | b. $\frac{h}{2mc} (1 + \cos \phi)$ | c. $\frac{h}{mc} (1 - \cos \phi)$ |
| d. $\frac{h}{mc} (1 + \cos \phi)$ | e. $\frac{h}{mc} (2 - \cos \phi)$ | f. $\frac{h}{mc} (2 + \cos \phi)$ |
| g. $\frac{h}{mc} (1 - \cos^2 \phi)$ | h. $\frac{h}{mc} (1 + \cos^2 \phi)$ | |



図

【必要があれば，このページは計算用紙に使用してよい】

Ⅲ．次の文を読み、下記の設問 1 ～ 4 に答えよ。解答は解答用紙の所定欄にしるせ。重力加速度の大きさを g とする。



図

図のように、鉛直上向きを z 軸正の向きとする座標軸を取る。 z 軸正の向きの一様な磁場（磁束密度の大きさ B ）の中に、傾き θ の斜面を置く。斜面は絶縁体であり、磁場に影響を与えないとする。斜面には抵抗の無視できる 2 本の導体レールが間隔 ℓ で固定されており、レールの上端は抵抗値 R の抵抗で繋がれている。レールの上に、質量 m で抵抗の無視できる導体棒 ab を水平に置いて、静かに手を離すと、導体棒 ab は水平を保ちながら滑り始めた。このとき、レールと導体棒 ab と抵抗で閉じた回路が形成される。

導体棒 ab がレールを速さ v で滑っているとき、回路には大きさ あ の誘導起電力が現れ、導体棒 ab には x 軸方向の ア の向きに大きさ い の電流が流れる。また、導体棒 ab は磁場から力を受ける。この力の斜面に沿った方向の大きさは う である。

導体棒 ab とレールの間に摩擦はなくなめらかに滑る。斜面とレールは充分長く、導体棒 ab がレールを滑るうちに一定の速さ v_0 ($v_0 > 0$) になった。このときの v_0 は え である。また、このとき回路の抵抗で消費される電力の値は お で、これは導体棒 ab が滑り落ちる時に失われる単位時間あたりの重力による位置エネルギーに等しい。

導体棒 ab とレールの間に動摩擦係数 μ' の摩擦があるとする。斜面とレールは充分長く、導体棒 ab がレールを滑るうちに一定の速さ v_f ($v_f > 0$) になった。このときの導体棒 ab に流れる電流の大きさは か である。また、 v_f は き である。

1. 文中の空所 ア にあてはまる向きを、 x 軸方向の正負を用いてしるせ。
2. 文中の空所 あ ～ う にあてはまる数式を、 v , B , ℓ , R , θ の中から必要なものを用いてしるせ。

3. 文中の空所 , にあてはまる数式を, v_0 を用いずに, B, ℓ, R, m, g, θ のうち必要なものを用いてしるせ。
4. 文中の空所 , にあてはまる数式を, v_f を用いずに, $B, \ell, R, m, g, \theta, \mu'$ の中から必要なものを用いてしるせ。

IV. 次の文を読み、下記の設問 1, 2 に答えよ。解答は解答用紙の所定欄にしるせ。

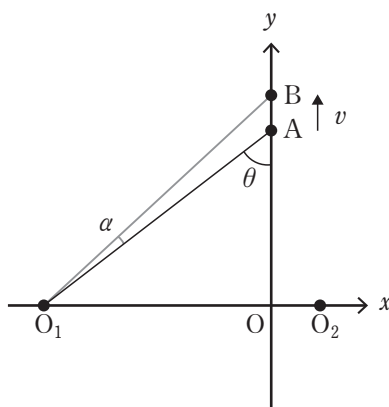
図のように、音源が振動数 f の音波を発しながら xy 平面の y 軸の正の向きに一定の速さ v で運動しており、時刻 $t = 0$ に原点 O を通過する。この音波を、原点から距離 d (> 0) だけ離れた点 $(-d, 0)$ に静止している観測者 O_1 が観測したときの振動数 f_1 について考える。音速を c とし、 $v < c$ とする。また、この音波は球面波であるとする。

観測者 O_1 は、時刻 t に図の点 A で発せられた音波を時刻 t' に観測し、時刻 $t + \Delta t$ に図の点 B で発せられた音波を時刻 $t' + \Delta t'$ に観測する。 t' を t, v, c, d を用いて表すと、 $t' =$ あ となる。 $\angle O_1AO$ を θ , $\angle AO_1B$ を α とする。時間 Δt が十分に短く、したがって α が十分に小さい角度のとき、 $\cos \alpha \doteq 1$, $\angle O_1BO \doteq \theta$ と近似できるので、距離 $\overline{O_1B}$ は、

$$\overline{O_1B} \doteq \overline{O_1A} + \overline{AB} \cos \theta$$

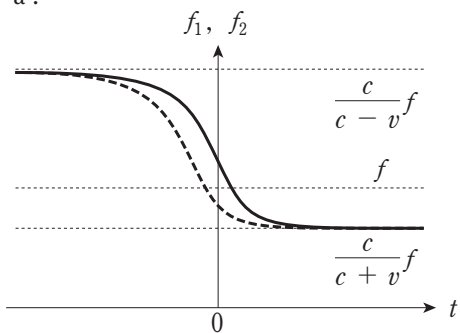
と表すことができる。よって、 $\Delta t'$ を $\Delta t, v, c, \theta$ を用いて表すと、 $\Delta t' =$ い となる。音波源が Δt の間に発せられた音波の波の数と、観測者 O_1 が $\Delta t'$ の間に受け取った音波の波の数は等しいから、 $f, f_1, \Delta t, \Delta t'$ の間には う という関係が成り立つ。このことを用いて f_1 を f, v, c, θ で表すと、 $f_1 =$ え となることがわかる。

1. 文中の空所 あ ～ え にあてはまる数式をしるせ。
2. 図のように、点 $(d', 0)$ に静止しているもう一人の観測者 O_2 がいる。 $d > d' > 0$ であるとする。時刻 t に発せられた音波を O_1 が観測した振動数を $f_1(t)$, O_2 が観測した振動数を $f_2(t)$ と書くことにする。 $f_1(t)$ と $f_2(t)$ を表したグラフの概形として、もっとも適当なものを次の a ～ h から 1 つ選び、その記号をマークせよ。ただし、 $f_1(t)$ を実線、 $f_2(t)$ を破線で表す。

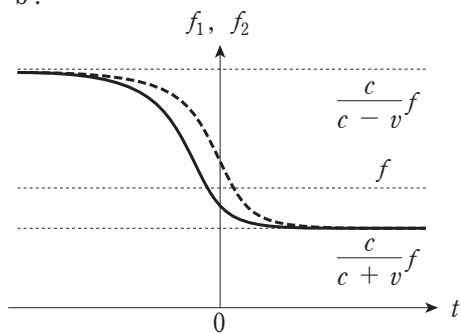


図

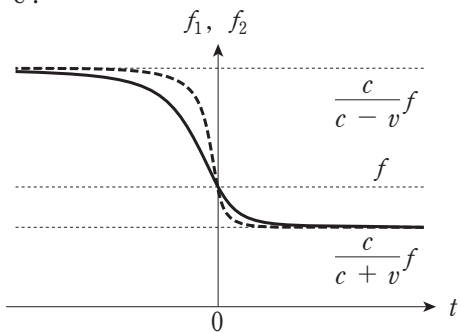
a .



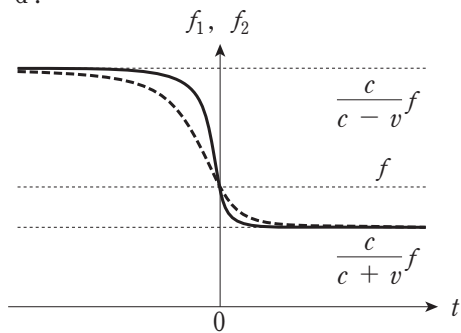
b .



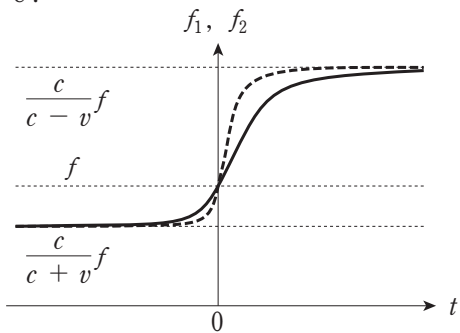
c .



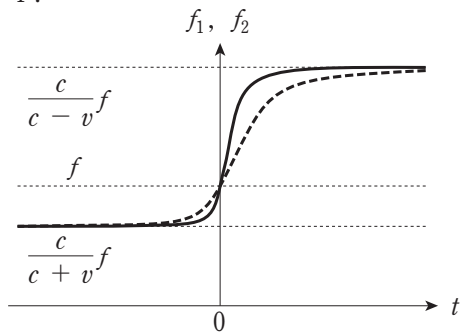
d .



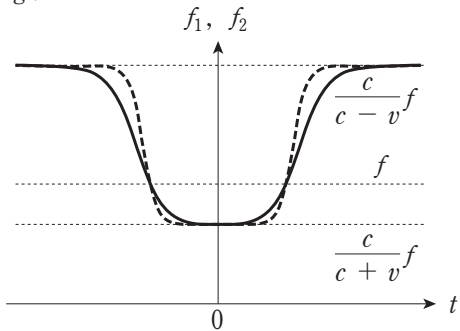
e .



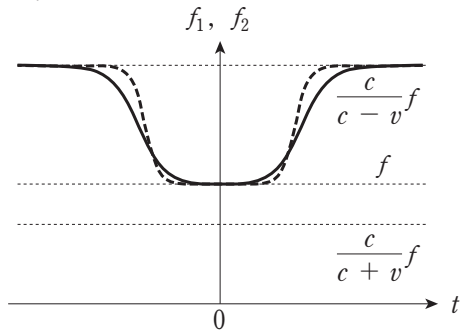
f .



g .



h .



V. 次の文を読み、文中の空所 あ ～ か にあてはまる数式、または数字を解答用紙の所定欄にしるせ。

球状の容器に質量 m の単原子分子からなる理想気体が n mol 入っている。容器は断熱材でできており、ゴムボールのように球形を保ったまま体積を変化させることができる。容器の中心 O は動かないものとする。分子はすべて同一の速さで運動しており、容器の壁とは弾性衝突する。気体は充分希薄なため、分子同士の衝突は無視できるものとする。

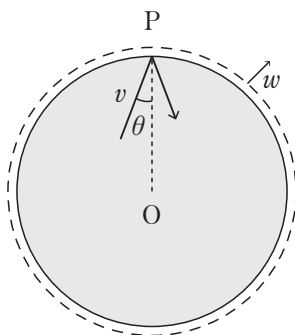
壁の速さ w で容器を一様にゆっくりと膨張させる。その間に壁上の点 P に衝突する分子を考える。分子が OP と θ $\left(0 \leq \theta < \frac{\pi}{2}\right)$ の角度をなして速さ v で壁に衝突したとすると、 $\overrightarrow{OP}$ の向きを正として、衝突直前の分子の速度の OP に平行な成分は あ であり、衝突直後の速度の OP に平行な成分は い である。したがって、この 1 回の衝突で、衝突前の運動エネルギーを $K_{\text{前}}$ 、衝突後の運動エネルギーを $K_{\text{後}}$ とすると、分子の運動エネルギーは $K_{\text{後}} - K_{\text{前}} =$ う だけ変化する。ただし、 w は v と比べて十分に小さいとして、 w^2 に比例する項は無視し、 w に比例する項だけを考えればよい。

この容器の膨張により、微小時間 Δt の間に半径が r から $r + w\Delta t$ になった。 $w\Delta t$ は r と比べて十分に小さいため、容器の半径、分子の速さ、衝突の際の角度はそれぞれ r 、 v 、 θ のままであると近似すると、この分子は、時間 え の間に 1 回、容器の壁に衝突する。したがって、 Δt の間の分子 1 個あたりの運動エネルギーの変化は

$$\text{う} \times \frac{\Delta t}{\text{え}}$$

である。この Δt の間に気体の内部エネルギーが U から $U + \Delta U$ に変化したとすると、

$$\frac{\Delta U}{U} = \text{お} \times \frac{w\Delta t}{r}$$



図

である。一方、容器の体積が Δt の間に V から $V + \Delta V$ に変化したとすると、

$$\frac{\Delta V}{V} = \boxed{\text{か}} \times \frac{w\Delta t}{r}$$

である。ただし、近似式 $(1+x)^a \doteq 1+ax$ ($|x| \ll 1$) を用いた。

Δt の間に温度が T から $T + \Delta T$ に変化したとすると、理想気体の内部エネルギーが温度に比例していることを用いることで、

$$\frac{\Delta T}{T} = \frac{\boxed{\text{お}}}{\boxed{\text{か}}} \frac{\Delta V}{V}$$

という関係があることがわかる。

VI. 次の文を読み、下記の設問 1 ～ 4 に答えよ。解答は解答用紙の所定欄にしるせ。

xyz 直交座標で点 A($r, 0, 0$) と点 B($-r, 0, 0$) ($r > 0$) のそれぞれに Q (> 0) の電荷が固定されている。これらの電荷から静電気力を受けて運動する、電荷を持った小物体について考える。クーロンの法則の比例定数を k とし、重力は無視する。

A. 点 C($d, 0, 0$) ($d > 0$) に質量 m , 電荷 Q の小物体をそっと置いて手をはなした。ただし、 d は r と比べて十分に小さいとし、近似式 $(1+x)^a \doteq 1+ax$ ($|x| \ll 1$) を用いよ。

1. 手をはなしたあと、点 C において小物体にはたらく力の x 成分を求めよ。
2. 手をはなしてから t の時間経過した後に小物体は初めて原点 O に到達する。 t を求めよ。

B. 点 D($0, r, 0$) から質量 m , 電荷 $-Q$ の小物体を速度 $\vec{v} = (0, 0, v_1)$ ($v_1 > 0$) で打ち出したところ、小物体は原点 O を中心として半径 r の等速円運動をした。

3. v_1 を求めよ。

C. 点 D($0, r, 0$) から質量 m , 電荷 $-Q$ の小物体を速度 $\vec{v} = (0, v_2, 0)$ ($v_2 > 0$) で打ち出したところ、小物体は無限遠方に飛び去った。

4. 無限遠方に飛び去るために必要な v_2 の最小値 $v_{2\min}$ を求めよ。

【以下余白】

