2026年度

Cb 数 学 問 題

注 意

1. 試験開始の指示があるまでこの問題冊子を開いてはいけません。
2. 解答用紙はすべて**黒鉛筆または黒芯のシャープペンシル**で記入することになっています。黒鉛筆・消しゴムを忘れた人は監督に申し出てください。
(万年筆・ボールペン・サインペンなどを使用してはいけません。)
3. この問題冊子は**8ページ**までとなっています。試験開始後，ただちにページ数を確認してください。なお，問題番号はⅠ～Ⅲとなっています。
4. 解答用紙にはすでに受験番号が記入されていますので，あなたの受験票の番号であるかどうかを確認してください。あなたの氏名を記入する必要はありません。
5. 解答は解答用紙の指定された解答欄に記入し，その他の部分には何も書いてはいけません。
6. 解答用紙を破ったり，傷つけたりしないように注意してください。
7. 計算には，この問題冊子の余白部分を使ってください。
8. この問題冊子は持ち帰ってください。

Ⅰ． 下記の空欄ア～クにあてはまる数または式を解答用紙の所定欄に記入せよ。

（ i ） i を虚数単位とする。$0 < \beta < \alpha < \pi$ を満たす実数 α，β に対し，2つの複素数を $z = \cos\alpha + i\sin\alpha$，$w = \cos\beta + i\sin\beta$ とする。$z - w$ の絶対値が $\sqrt{2+\sqrt{2}}$ であるとき，$\alpha - \beta =$ $\boxed{\text{ア}}$ である。

（ ii ） 1個のさいころを2回投げ，1回目に出た目の数を a，2回目に出た目の数を b とする。このとき，2次方程式 $x^2 - ax + b = 0$ が重解をもつ確率は $\boxed{\text{イ}}$ であり，また，異なる2つの整数を解にもつ確率は $\boxed{\text{ウ}}$ である。

（ iii ） Oを原点とする座標空間において，2点A(3，2，1)，B(0，−1，4)を通る直線に，Oから垂線OHを下ろす。このとき，点Hの座標は $\boxed{\text{エ}}$ である。

（ iv ） 1個のさいころを100回投げるとき，1の目が出る回数を X とする。試行回数100を十分に大きいと考えると，X は近似的に平均 $\boxed{\text{オ}}$，標準偏差 $\boxed{\text{カ}}$ の正規分布に従う。

（ v ） 座標平面において，点$(\sqrt{3}, 0)$を中心とする半径 r の円を C とする。直線 $y = \dfrac{x}{\sqrt{3}}$ に関して C と対称である円を C' とする。C と C' が外接するとき，$r =$ $\boxed{\text{キ}}$ であり，C' の中心の座標は $\boxed{\text{ク}}$ である。

Ⅱ．p を正の実数とする。Oを原点とする座標平面上に曲線 C_1：$y=\dfrac{1}{x}$ と曲線 C_2：$y=-\dfrac{3}{x}$ がある。また，C_1 上の点 $\mathrm{P}\left(p,\ \dfrac{1}{p}\right)$ における C_1 の接線を ℓ とおき，ℓ と C_2 の2つの共有点を Q_1，Q_2 とする。ただし，Q_1 の x 座標は正とする。

点 Q_1，Q_2 における C_2 の接線をそれぞれ m_1，m_2 とおき，m_1 と m_2 の交点をRとする。また，$\overrightarrow{\mathrm{RQ_1}}$ と $\overrightarrow{\mathrm{RQ_2}}$ のなす角を θ（$0°<\theta<180°$）とする。このとき，以下の問(ⅰ)～(ⅴ)に答えよ。解答欄には，(ⅰ)～(ⅲ)については答えのみを，(ⅳ)，(ⅴ)については答えだけでなく途中経過も書くこと。

(ⅰ)　Q_1，Q_2 の座標をそれぞれ p を用いて表せ。

(ⅱ)　m_1，m_2 の方程式をそれぞれ p を用いて表せ。

(ⅲ)　Rの座標を p を用いて表せ。

(ⅳ)　$t=p^2+\dfrac{1}{p^2}$ とおく。内積 $\overrightarrow{\mathrm{RQ_1}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{RQ_2}}$ を t を用いて表せ。

(ⅴ)　p がすべての正の実数を動くとき，$\cos\theta$ の最小値とそのときの p の値をそれぞれ求めよ。

Ⅲ. n と k を自然数とする。実数 x に対し，関数 $f_n(x)$ を

$$f_n(x) = n^2 x e^{-nx}$$

により定める。$f_n(x)$ の最大値を M_n とし，最大値をとる x の値を x_n とする。また，

$$S_{k,n} = \int_0^{x_n} f_k(x)\,dx$$

とする。このとき，以下の問(ⅰ)〜(ⅴ)に答えよ。解答欄には，(ⅰ)，(ⅱ)，(ⅳ)については答えのみを，(ⅲ)，(ⅴ)については答えだけでなく途中経過も書くこと。

(ⅰ)　x_n，M_n をそれぞれ n を用いて表せ。

(ⅱ)　$S_{1,1}$ の値を求めよ。

(ⅲ)　$S_{k,n}$ を n，k を用いて表せ。

(ⅳ)　$\displaystyle\frac{1}{M_n}\sum_{k=1}^{n} S_{k,n} = \frac{1}{n}\sum_{k=1}^{n} g\left(\frac{k}{n}\right)$ となるような関数 $g(x)$ を求めよ。ただし，$g(x)$ は n に無関係な連続関数とする。

(ⅴ)　極限 $\displaystyle\lim_{n\to\infty}\frac{1}{M_n}\sum_{k=1}^{n} S_{k,n}$ の値を求めよ。

【以下余白】