2026年度

Ab 数 学 問 題

注 意

1．試験開始の指示があるまでこの問題冊子を開いてはいけません。
2．解答用紙はすべて**黒鉛筆または黒芯のシャープペンシル**で記入することになっています。黒鉛筆・消しゴムを忘れた人は監督に申し出てください。
(万年筆・ボールペン・サインペンなどを使用してはいけません。)
3．この問題冊子は**8ページ**までとなっています。試験開始後，ただちにページ数を確認してください。なお，問題番号はⅠ～Ⅲとなっています。
4．解答用紙にはすでに受験番号が記入されていますので，あなたの受験票の番号であるかどうかを確認してください。あなたの氏名を記入する必要はありません。
5．解答は解答用紙の指定された解答欄に記入し，その他の部分には何も書いてはいけません。
6．解答用紙を破ったり，傷つけたりしないように注意してください。
7．計算には，この問題冊子の余白部分を使ってください。
8．この問題冊子は持ち帰ってください。

Ⅰ．下記の空欄ア～クにあてはまる数または式を解答用紙の所定欄に記入せよ。

（ｉ） 実数 x，y が２つの不等式

$$y \geqq 0, \quad y \leqq -x^2 + 3x - 2$$

を同時に満たすとき，$x + 2y$ の最大値は $\boxed{\text{ア}}$ であり，また，最小値は $\boxed{\text{イ}}$ である。

（ii） $3\log_x 4 = 4\log_4 x + 1$ を満たす正の実数 x をすべて求めると，$x = \boxed{\text{ウ}}$ である。

（iii） 複素数 z の実部を a，虚部を b とする。ただし，a は正とする。複素数平面において，３点 1，i，z が正三角形の頂点となるような組 $(a,\ b)$ を求めると $(a,\ b) = \boxed{\text{エ}}$ である。ただし，i は虚数単位である。

（iv） 条件 $|\overrightarrow{\mathrm{AB}}| = 3$，$|\overrightarrow{\mathrm{AC}}| = 4$，$\overrightarrow{\mathrm{AB}} \cdot \overrightarrow{\mathrm{AC}} = 3$ を満たす三角形ABCにおいて，辺BC上の点をPとする。$|\overrightarrow{\mathrm{PA}}| = |\overrightarrow{\mathrm{PB}}|$ であるとき，定数 p，q を用いて $\overrightarrow{\mathrm{AP}} = p\,\overrightarrow{\mathrm{AB}} + q\,\overrightarrow{\mathrm{AC}}$ と表すと，$p = \boxed{\text{オ}}$，$q = \boxed{\text{カ}}$ である。

（ｖ） ある工場で生産された製品は，不良品である確率が２％であるという。この製品90000個のうち，不良品である個数を X とする。このとき，標本数90000を十分に大きいと考えると，確率変数 $Z = \dfrac{X - \boxed{\text{キ}}}{\boxed{\text{ク}}}$ は近似的に標準正規分布に従う。

Ⅱ. n を自然数とする。1枚の硬貨を投げて表が出たか裏が出たかを記録する試行を n 回繰り返す。n 回目の試行が終わったとき，

- 1回目から n 回目の試行で表が出た回数を3で割った余りが0である確率を p_n，
- 1回目から n 回目の試行で表が出た回数を3で割った余りが1である確率を q_n，
- 1回目から n 回目の試行で表が出た回数を3で割った余りが2である確率を r_n

とする。このとき，次の問(i)～(vi)に答えよ。解答欄には，(i)～(iii)については答えのみを，(iv)～(vi)については答えだけでなく途中経過も書くこと。

(i)　p_1，q_1，r_1，p_2，q_2，r_2 の値をそれぞれ求めよ。

(ii)　p_{n+1}，q_{n+1}，r_{n+1} は p_n，q_n，r_n および n に無関係な定数 a_1，a_2，a_3，b_1，b_2，b_3，c_1，c_2，c_3 を用いて，

$$\begin{cases} p_{n+1} = a_1 p_n + a_2 q_n + a_3 r_n \\ q_{n+1} = b_1 p_n + b_2 q_n + b_3 r_n \\ r_{n+1} = c_1 p_n + c_2 q_n + c_3 r_n \end{cases} \quad (n = 1, 2, 3, \cdots)$$

の形にそれぞれ表される。a_1，a_2，a_3，b_1，b_2，b_3，c_1，c_2，c_3 の値をそれぞれ求めよ。

(iii)　r_n を p_n，q_n を用いて表せ。

(iv)　数列 $\{p_n\}$ は

$$p_{n+2} = A_1 p_{n+1} + A_2 p_n + A_3 \quad (n = 1, 2, 3, \cdots)$$

の形の漸化式を満たす。ただし，A_1，A_2，A_3 は n に無関係な定数である。A_1，A_2，A_3 の値をそれぞれ求めよ。

(v)　数列 $\{p_n\}$ は

$$p_{n+3} = B_1 p_n + B_2 \quad (n = 1, 2, 3, \cdots)$$

の形の漸化式を満たす。ただし，B_1，B_2 は n に無関係な定数である。B_1，B_2 の値をそれぞれ求めよ。

(vi)　数列 $\{p_{3n+1}\}$ の一般項を求めよ。

Ⅲ. 実数 k を定数とする。原点をOとする座標平面において，曲線 C : $y=\sin x$ と直線 ℓ : $y=kx$ がある。このとき，次の問(ⅰ)～(ⅴ)に答えよ。解答欄には，(ⅰ)，(ⅱ)については答えのみを，(ⅲ)～(ⅴ)については答えだけでなく途中経過も書くこと。

(ⅰ) 正の実数 x に対し，関数 $f(x)$ を

$$f(x)=\frac{\sin x}{x}$$

により定める。このとき，$f(x)$ の導関数 $f'(x)$ を求めよ。また，$0<x\leqq\pi$ における $f(x)$ の増減表を解答欄に記入せよ。

(ⅱ) 次の空欄に適切な数値を記入せよ。

ℓ と C が $0<x<\pi$ においてただ1つの共有点を持つための必要十分条件は，$\boxed{\text{ア}}<k<\boxed{\text{イ}}$ である。

(ⅲ) k が(ⅱ)の条件を満たすとき，$0<x<\pi$ における ℓ と C の共有点の x 座標を a ($0<a<\pi$) とする。$0\leqq x\leqq a$ において ℓ と C で囲まれる図形の面積を S_1，$a\leqq x\leqq\pi$ において ℓ，C および直線 $x=\pi$ で囲まれる図形の面積を S_2 とする。$S_1-S_2=0$ となる k の値を求めよ。

(ⅳ) k を(ⅲ)で求めた値とする。$0<x<\pi$ における ℓ と C の共有点の x 座標を a ($0<a<\pi$) とする。$0\leqq x\leqq a$ において ℓ と C で囲まれる図形を x 軸の周りに1回転してできる回転体を V_1 とする。また，$a\leqq x\leqq\pi$ において ℓ，C および直線 $x=\pi$ で囲まれる図形を x 軸の周りに1回転してできる回転体の体積を V_2 とする。V_1-V_2 の値を求めよ。

(ⅴ) (ⅳ)の V_1，V_2 に対して，

(a) $V_1=V_2$　　(b) $V_1>V_2$　　(c) $V_1<V_2$

のどれが正しいかを，理由をつけて述べよ。ただし，$3.1<\pi<3.2$ は証明せずに用いてよい。

【以下余白】