2026年度

Aa 数　学　問　題

注　意

1．試験開始の指示があるまでこの問題冊子を開いてはいけません。
2．解答用紙はすべて**黒鉛筆または黒芯のシャープペンシル**で記入することになっています。黒鉛筆・消しゴムを忘れた人は監督に申し出てください。
（万年筆・ボールペン・サインペンなどを使用してはいけません。）
3．この問題冊子は**12ページ**までとなっています。試験開始後，ただちにページ数を確認してください。なお，問題番号はⅠ～Ⅳとなっています。
4．解答用紙にはすでに受験番号が記入されていますので，あなたの受験票の番号であるかどうかを確認してください。あなたの氏名を記入する必要はありません。
5．解答は解答用紙の指定された解答欄に記入し，その他の部分には何も書いてはいけません。
6．解答用紙を破ったり，傷つけたりしないように注意してください。
7．計算には，この問題冊子の余白部分を使ってください。
8．この問題冊子は持ち帰ってください。

Ⅰ. 下記の空欄ア～クにあてはまる数または式を解答用紙の所定欄に記入せよ。

（ⅰ） 実数 x，y が 2 つの不等式

$$y \geqq 0, \quad y \leqq -x^2 + 3x - 2$$

を同時に満たすとき，$x + 2y$ の最大値は $\boxed{\text{ア}}$ であり，また，最小値は $\boxed{\text{イ}}$ である。

（ⅱ） $3\log_x 4 = 4\log_4 x + 1$ を満たす正の実数 x をすべて求めると，$x = \boxed{\text{ウ}}$ である。

（ⅲ） 複素数 z の実部を a，虚部を b とする。ただし，a は正とする。複素数平面において，3 点 1，i，z が正三角形の頂点となるような組 (a, b) を求めると $(a, b) = \boxed{\text{エ}}$ である。ただし，i は虚数単位である。

（ⅳ） 条件 $|\overrightarrow{\mathrm{AB}}| = 3$，$|\overrightarrow{\mathrm{AC}}| = 4$，$\overrightarrow{\mathrm{AB}} \cdot \overrightarrow{\mathrm{AC}} = 3$ を満たす三角形ABCにおいて，辺BC上の点をPとする。$|\overrightarrow{\mathrm{PA}}| = |\overrightarrow{\mathrm{PB}}|$ であるとき，定数 p，q を用いて $\overrightarrow{\mathrm{AP}} = p\,\overrightarrow{\mathrm{AB}} + q\,\overrightarrow{\mathrm{AC}}$ と表すと，$p = \boxed{\text{オ}}$，$q = \boxed{\text{カ}}$ である。

（ⅴ） ある工場で生産された製品は，不良品である確率が 2 %であるという。この製品 90000 個のうち，不良品である個数を X とする。このとき，標本数 90000 を十分に大きいと考えると，確率変数 $Z = \dfrac{X - \boxed{\text{キ}}}{\boxed{\text{ク}}}$ は近似的に標準正規分布に従う。

Ⅱ. n を自然数とする。1枚の硬貨を投げて表が出たか裏が出たかを記録する試行を n 回繰り返す。n 回目の試行が終わったとき,

- 1回目から n 回目の試行で表が出た回数を3で割った余りが0である確率を p_n,
- 1回目から n 回目の試行で表が出た回数を3で割った余りが1である確率を q_n,
- 1回目から n 回目の試行で表が出た回数を3で割った余りが2である確率を r_n

とする。このとき,次の問(ⅰ)〜(ⅵ)に答えよ。解答欄には,(ⅰ)〜(ⅲ)については答えのみを,(ⅳ)〜(ⅵ)については答えだけでなく途中経過も書くこと。

(ⅰ) p_1, q_1, r_1, p_2, q_2, r_2 の値をそれぞれ求めよ。

(ⅱ) p_{n+1}, q_{n+1}, r_{n+1} は p_n, q_n, r_n および n に無関係な定数 a_1, a_2, a_3, b_1, b_2, b_3, c_1, c_2, c_3 を用いて,

$$\begin{cases} p_{n+1} = a_1 p_n + a_2 q_n + a_3 r_n \\ q_{n+1} = b_1 p_n + b_2 q_n + b_3 r_n \quad (n = 1, 2, 3, \cdots) \\ r_{n+1} = c_1 p_n + c_2 q_n + c_3 r_n \end{cases}$$

の形にそれぞれ表される。a_1, a_2, a_3, b_1, b_2, b_3, c_1, c_2, c_3 の値をそれぞれ求めよ。

(ⅲ) r_n を p_n, q_n を用いて表せ。

(ⅳ) 数列 $\{p_n\}$ は

$$p_{n+2} = A_1 p_{n+1} + A_2 p_n + A_3 \quad (n = 1, 2, 3, \cdots)$$

の形の漸化式を満たす。ただし,A_1, A_2, A_3 は n に無関係な定数である。A_1, A_2, A_3 の値をそれぞれ求めよ。

(ⅴ) 数列 $\{p_n\}$ は

$$p_{n+3} = B_1 p_n + B_2 \quad (n = 1, 2, 3, \cdots)$$

の形の漸化式を満たす。ただし,B_1, B_2 は n に無関係な定数である。B_1, B_2 の値をそれぞれ求めよ。

(ⅵ) 数列 $\{p_{3n+1}\}$ の一般項を求めよ。

Ⅲ. 実数 k を定数とする。原点をOとする座標平面において，曲線 C：$y = \sin x$ と直線 ℓ：$y = kx$ がある。このとき，次の問(ⅰ)～(ⅴ)に答えよ。解答欄には，(ⅰ)，(ⅱ)については答えのみを，(ⅲ)～(ⅴ)については答えだけでなく途中経過も書くこと。

(ⅰ) 正の実数 x に対し，関数 $f(x)$ を

$$f(x) = \frac{\sin x}{x}$$

により定める。このとき，$f(x)$ の導関数 $f'(x)$ を求めよ。また，$0 < x \leqq \pi$ における $f(x)$ の増減表を解答欄に記入せよ。

(ⅱ) 次の空欄に適切な数値を記入せよ。

ℓ と C が $0 < x < \pi$ においてただ1つの共有点を持つための必要十分条件は，

$\boxed{\text{ア}} < k < \boxed{\text{イ}}$ である。

(ⅲ) k が(ⅱ)の条件を満たすとき，$0 < x < \pi$ における ℓ と C の共有点の x 座標を a（$0 < a < \pi$）とする。$0 \leqq x \leqq a$ において ℓ と C で囲まれる図形の面積を S_1，$a \leqq x \leqq \pi$ において ℓ，C および直線 $x = \pi$ で囲まれる図形の面積を S_2 とする。$S_1 - S_2 = 0$ となる k の値を求めよ。

(ⅳ) k を(ⅲ)で求めた値とする。$0 < x < \pi$ における ℓ と C の共有点の x 座標を a（$0 < a < \pi$）とする。$0 \leqq x \leqq a$ において ℓ と C で囲まれる図形を x 軸の周りに1回転してできる回転体を V_1 とする。また，$a \leqq x \leqq \pi$ において ℓ，C および直線 $x = \pi$ で囲まれる図形を x 軸の周りに1回転してできる回転体の体積を V_2 とする。$V_1 - V_2$ の値を求めよ。

(ⅴ) (ⅳ)の V_1，V_2 に対して，

(a) $V_1 = V_2$　　(b) $V_1 > V_2$　　(c) $V_1 < V_2$

のどれが正しいかを，理由をつけて述べよ。ただし，$3.1 < \pi < 3.2$ は証明せずに用いてよい。

Ⅳ. 自然数 n に対して，実数 x の関数を

$$S_n(x) = 1 - x^2 + x^4 - x^6 + \cdots + (-1)^{n-1}x^{2n-2}$$

により定める。また，

$$I_m = \int_0^1 \frac{x^m}{1+x^2}\,dx \quad (m = 0, 1, 2, \cdots)$$

とする。このとき，次の問(ⅰ)～(ⅵ)に答えよ。解答欄には，(ⅰ)，(ⅱ)については答えのみを，(ⅲ)～(ⅵ)については答えだけでなく途中経過も書くこと。

(ⅰ) I_0，I_1 の値をそれぞれ求めよ。

(ⅱ) 定数 a，b を用いて $S_n(x) = \dfrac{a + b(-x^2)^n}{1+x^2}$ と表すとき，a，b の値をそれぞれ求めよ。

(ⅲ) 定積分 $\displaystyle\int_0^1 S_n(x)\,dx$ を n と I_{2n} を用いて表せ。

(ⅳ) m を自然数とする。$0 \leqq x \leqq 1$ のとき，次の不等式が成り立つことを証明せよ。

$$\frac{x^m}{2} \leqq \frac{x^m}{1+x^2} \leqq x^m$$

(ⅴ) 自然数 m について，次の不等式が成り立つことを証明せよ。

$$\frac{1}{2(m+1)} \leqq I_m \leqq \frac{1}{m+1}$$

(ⅵ) 次の無限級数の和 T を求めよ。

$$T = 1 - \frac{1}{3} + \frac{1}{5} - \frac{1}{7} + \frac{1}{9} - \frac{1}{11} + \cdots\cdots$$

【以下余白】